

交流放電プラズマのカオス挙動とカオスに至るルート

猪口 和彦* 尾関 一平** 岩切 聡*** 松浦 次雄****
小川 淳司***** 平田 隆幸***** 谷口 慶治***** 原田 義文*****

Chaotic Behavior in AC Plasma Discharge and Route to Chaos

Kazuhiko INOBUCHI*, Ippei OZEKI**, Satoru IWAKIRI***,
Tsugio MATSUURA****, Atsushi OGAWA*****, Takayuki HIRATA*****,
Keiji TANIGUCHI***** and Yoshifumi HARADA*****

(Received February 28, 2001)

Chaotic behavior in plasma discharge is experimentally studied. The plasma discharge is generated by twelve-phase alternating current power supply systems. A new type of chaotic state with a double scroll type attractor is observed. Strange attractors, Poincaré sections, correlation dimensions are calculated to quantitatively characterize the chaotic state. A nonlinear Schrödinger type equation is considered for qualitative description of the observed chaos.

Key Words : Chaos, Plasma, Discharge, Nonlinear Schrödinger Equation

1. 緒 言

プラズマにおけるカオス現象は膨大な数に及ぶ自由度とその非線形性により時空における相互作用も多様で複雑なふるまいをするにもかかわらず、プラズマが少数自由度力学系のカオスとしてふるまうことが知られるようになり人々の注目を集めた。プラズマにおける様々な不安定性の研究も、従来の非線形物理学の立場から個別対応の実験がなされてきたが、広く普遍的理解が進み、様々なプラズマ系のカオスの研究が盛んに行なわれるようになった^[1]。

プラズマのカオスに至るルートはプラズマ系の種類によって異なり、以下のように1) 電子ビームプラズマ系^[2] 2) イオンビームプラズマ系^[3] 3) 電離波動系^[4] 4) イオンシース系^[5] 5) トーラスプラズマ系^[6]、などのカオスが観測されている。いずれの場合もカオスに至るルートとして 1) 周期倍分岐ルート 2) 準周期ルート 3) 間欠性カオスルート、など他の系で見いだされている典型的なカオスルートはプラズマ系においても見出されている。放電プラズマの研究に関してはこれまで直流放電プラズマすなわち非駆動系が中心であった^[7,8]。そのカオス挙動については、ローレンツタイプと異なった一つの目をもったスクリュタイプのアトラクターが雛型化されたプラズマカオスの特性の一つとして知られてきた。

これまで駆動系に関してはこれまでもいくつかの研究がなされてきたが^[9,10]、我々は多相交流グロー放電においてダブルスクロール型のアトラクターをもつ新しいタイプのプラズマカオス挙動を実験的に観測した。本報告では我々の実験で観測されたカオスの特徴のいくつかを報告する。特にカオスの発生点近傍に着目し、そのアトラクターの特徴、ポアンカレ写像、相関次元等について解析した結果を述べる。カオスに至るルートに関しては3周期運動を

* 工学研究科物質工学専攻

** 工学研究科応用物理学専攻

*** 日本システムテクノロジー

**** 福井県工業技術センター

***** 知能システム工学科

***** 情報・メディア工学科

* Dept. of Material Engineering

** Dept. of Applied Physics

*** Japan System Technology

**** Fukui Industrial Technology Center

***** Dept. of Human and Artificial Intelligent Systems

***** Dept. of Information Science

含む逆分岐過程を経てカオスに至ることが見出されている。

この系の放電カオスのモデルとして戸次による一般化された非線形シュレディンガー型の方程式^[10]を取り上げる。この方程式はグロー放電陽光柱における電離波動の非線形特性を調べるために通減摂動法を用いて得られたものであるが、我々は本研究の実験結果を定性的に表現するものとして有望であると考えている。

2. 実験、及び実験方法

2.1 放電実験装置

図1に実験装置図を示す。放電容器としてステンレス製の内径 $\phi=100\text{mm}$ の円筒容器を使用し $\phi=90\text{mm}$ の同軸円周上に12本の電極を放電電極として配置した。放電容器の上面には放電観察用のガラス窓、周囲には内部圧力モニタ用の圧力ゲージ（ピラニゲージおよびバロトロン）の取付け用ポートと排気用フランジ、底面には放電電極への電圧印加およびモニタ信号取出し用に電流導入端子を設けてある。放電容器の排気には、油回転ポンプおよびターボ分子ポンプを用いた。

放電ガスとしては、空気とアルゴンを検討した。空気放電の場合には、適切なグロー放電が生じるように、油回転ポンプで放電容器内の空気圧力を調整した。一方、アルゴンガスを放電ガスとして用いる場合には、まず、ターボ分子ポンプにて放電容器内を高真空に排気した後、アルゴンボンベよりアルゴンガスを所定の圧力となるように導入した。

2.2 放電予備実験

放電中のカオス観察に先立ち、放電条件の確認のため、各電極にDC電圧を印加して空気の放電状態を調べた。放電電極12本（A～L）の内1本（A）をアノードして接地し、間隔の異なる各々6本の電極（B～G）にマイナス電圧を印加して放電開始電圧の圧力依存性を調べた（図2）。電極として、アノード、カソード共に $\phi=1\text{mm}$ のステンレス製のワイヤを使用した。また、上述したように、12本の電極は $\phi=90\text{mm}$ の円周上に配置されているため、電極間隔はA-Bが23mm、A-C、A-D、A-E、A-F、A-Gはそれぞれ、45mm、63.5mm、78mm、87mm、90mmである。各電極に電圧を印加するために、750VのDC電源を用いた。放電ガスとしての空気の圧力範囲として、 $1 \times 10^{-1} \text{ Torr} \sim 1 \text{ Torr}$ の範囲とした。

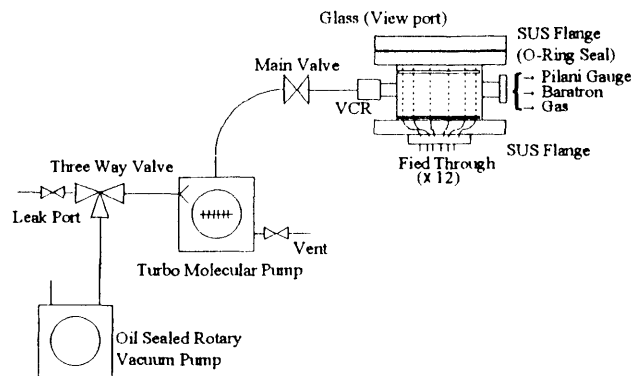


図1. 放電実験図（SUS chamber）

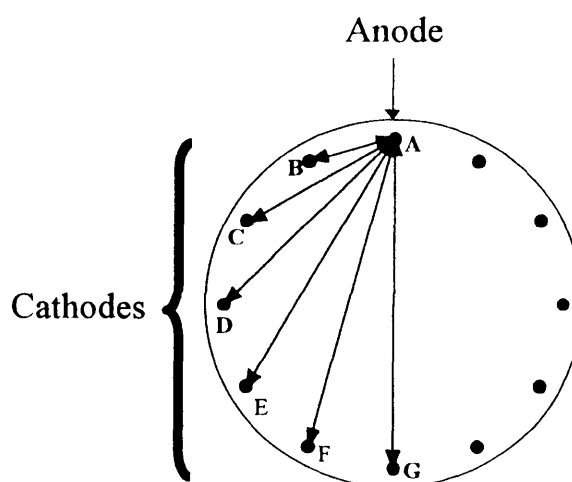


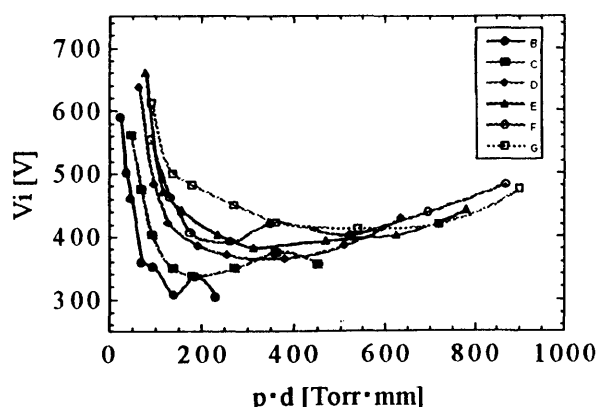
図2. 12本の放電電極の配置

3. 実験結果

3.1 放電予備実験

放電開始電圧の $p \cdot d$ 依存性を図3に示す。ここで、 V_i は放電開始電圧、 p はガス圧、 d は電極間隔であり、単位はそれぞれ、V、Torr、mmである。一般に放電開始電圧の $p \cdot d$ 依存性は、Paschenの法則として知られており、ガスや電極材料によらず1本の曲線で表され、放電開始電圧 V_i はガス圧 p と電極間隔 d のそれぞれの関数ではなく、 $p \cdot d$ が一定ならば V_i が定まるとされている。しかし、今回の実験においては $p \cdot d$ が一定でも同じ V_i とならず、電極間隔 d が増大するに伴い、放電開始電圧 V_i が増大するとともに、パッシェン曲線が $p \cdot d$ の大きな方向へ移動する傾向が観察された。同様の傾向は、一対の電極をガラス管に封じ込めた放電管の場合に報告されており、ここでは電場と垂直な方向に存在する側壁が

a)



b)

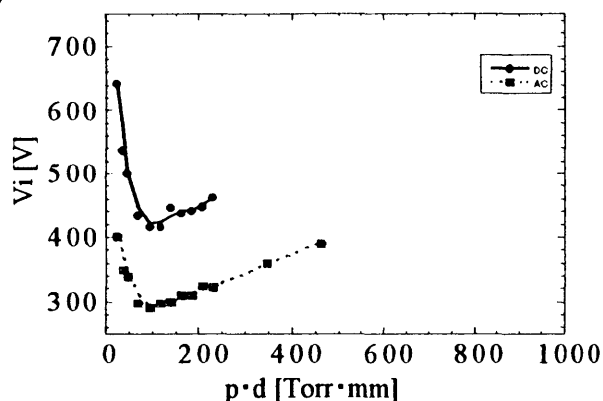


図3. a)電極間距離を変化させた場合の DC 電圧印加における Paschen 曲線の変化. b)DC、及び AC 電圧印加の場合に対してガス圧を変化させた場合のパスシェン曲線の比較 (A-B 電極を使用した場合).

荷電粒子の運動に対する損失を増大させるためであると説明されている. しかし、今回の実験の場合は電極間隔の変化と共に配置も変わっており、電極間隔の最も長い A-G の配置において、側壁の効果が最も小さくなっていると思われる、 $V_i - p \cdot d$ 曲線の変化は側壁での荷電粒子の消滅の効果では十分な説明ができない.

次に、放電中のカオス観察実験では 60Hz の AC 電源を使用するため、これまでの DC 電圧印加に於ける放電開始電圧と AC 電圧印加に於ける放電開始電圧の比較を行った. 放電開始電圧のガス圧依存性を確認する実験において、DC の場合、AC の場合共に、アノードとして A 電極を、カソードとして B 電極を使用した. 電極間隔は 23mm である. DC の場合と比較して、AC 電圧印加の場合は放電開始電圧が約 140V 低下しているが、パスシェンミニマムの $p \cdot d$ は同じである. これは、AC に於ける放電開始がピーク電圧値で生じていることを示している.

3.2 放電プラズマカオスの実験結果

本稿では特に放電ガスとして空気を使用した場合に焦点をあててその結果を報告する. コントロールパラメータである電圧を $V=187.5V$ としたときのグロー放電時のカオス時系列を図4に示す. この時系列からカオスの特徴を引き出す為に、Takens の遅れ時間による埋め込み方を用いて、3次元アトラクターを構成した (図5). この時の3変数は遅れ時間を τ として $I(t)$ 、 $I(t+\tau)$ 、 $I(t+2\tau)$ である.

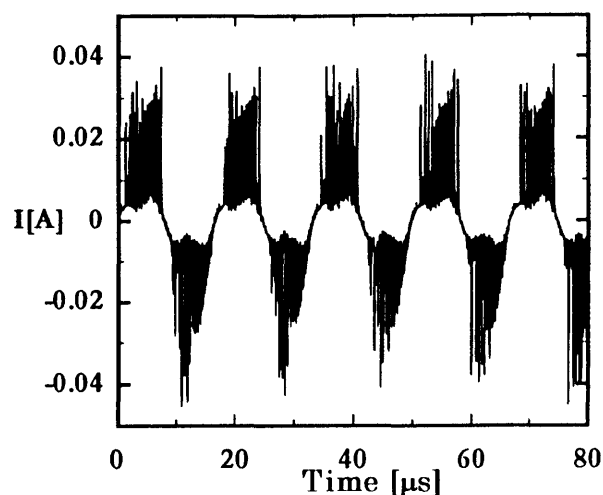


図4. 時系列信号 $I(t)$ の観測 ($V=187.5V$)

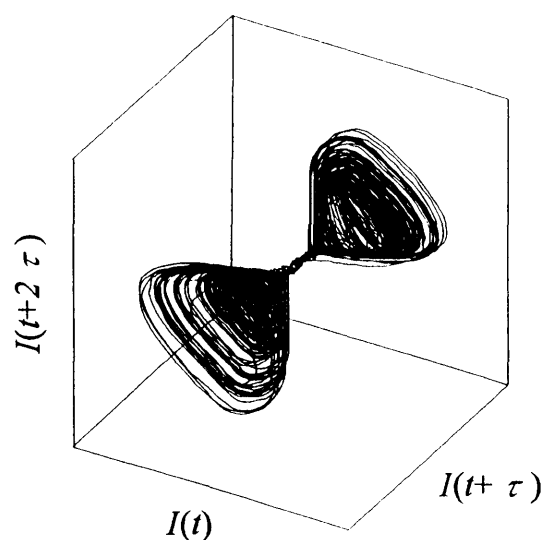


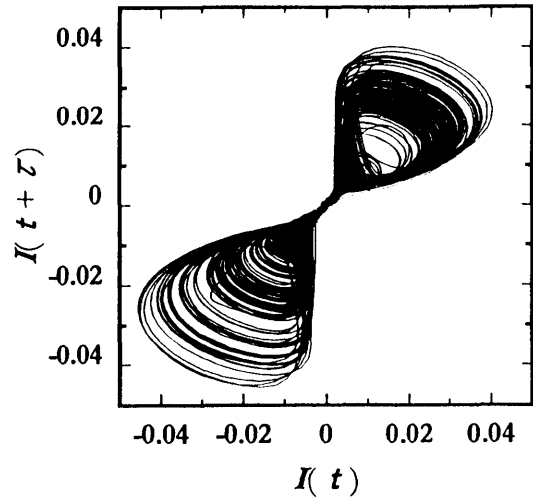
図5. 時系列の3次元空間への埋め込みにより構成されたアトラクター ($V=187.5V$, $\tau=45 \mu s$)

図 6a)のアトラクターは $\tau=45\mu\text{s}$ とした場合の $I(t)$ - $I(t+\tau)$ 面での2次元アトラクターである。時系列からも予想されることであるが、ダブルスクロール型のアトラクターが形成されていることがわかる。ところでアトラクターを再構成する場合どのような遅れ時間 τ を選択すべきかについては機械的な基準はなく個々の問題や、引き出そうとする特徴に依存して決定されるべきである。本実験では、図 6a)で選択した遅れ時間の場合、軌道が相空間の中で十分に広がり、かつそのフラクタル性が見て取れる。図 6b), c)にそれぞれ異なった遅れ時間を採用した場合の2次元アトラクターを示す。特に図 c)で示したように遅れ時間を大きくとると、先ほどのダブルスクロール型の特徴は消滅するが、新たにホモクリニシティの特徴が現れたアトラクターとなりカオス発生のメカニズムに重要な情報を提供するようになる。

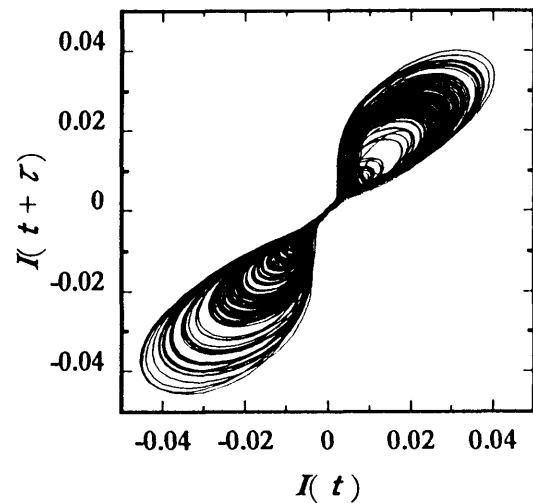
得られたアトラクターの構造をさらに詳しく分析するためにポアンカレ断面を構成した。この方法は、相空間にある断面をとりその断面を通過する軌道を追いかけて、通過点のみ抽出した図を得る方法で、アトラクターの次元が一つ減るが、そのトポロジカルな特徴は保存されるのでアトラクターの特徴を見るのに有力な方法である。 $I(t)$ - $I(t+\tau)$ 面に垂直に断面をとり、図 7a)のようなポアンカレ断面図を得た。図 7b)のように $I(t)$ 軸からの回転角 θ を定義し、 $\tau=45\mu\text{s}$ とした場合の代表的な断面図を示す。カオスの特徴であるおりたたみと引き伸ばしの特徴が垣間見える。図では r 軸と $I(t)$ - $I(t+\tau)$ 面内で垂直な y 軸に関して負の方向から横切る場合と正の方向から横切る場合とを区別して示している。このタイプのダブルスクロールアトラクターはプラズマカオスにおいてははじめて見出されたものである。

さらにカオスの特徴を定量化する方法として相関次元がある。相関次元の定義は通常用いられる定義を用いている^[12]。図 8 に半径 r と相関積分 $C(r)$ の関係を各埋め込み次元に対して対数軸にプロットしたものを示す。この傾きが相関次元に対応する。図で直線状となる部分がいわゆるスケーリング領域であるが、恣意性を避けるため局所的な傾きを $\log r$ の関数としてとったものを図 9 に示す。この図で、平坦な部分がスケーリング領域に相当する。埋め込み次元を増加させるに従って次元が飽和していく様子がわかる。図から、相関次元を1.55と見積もった。

a)



b)



c)

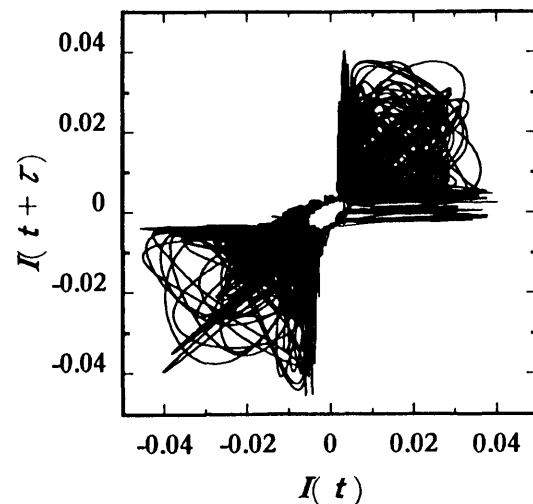
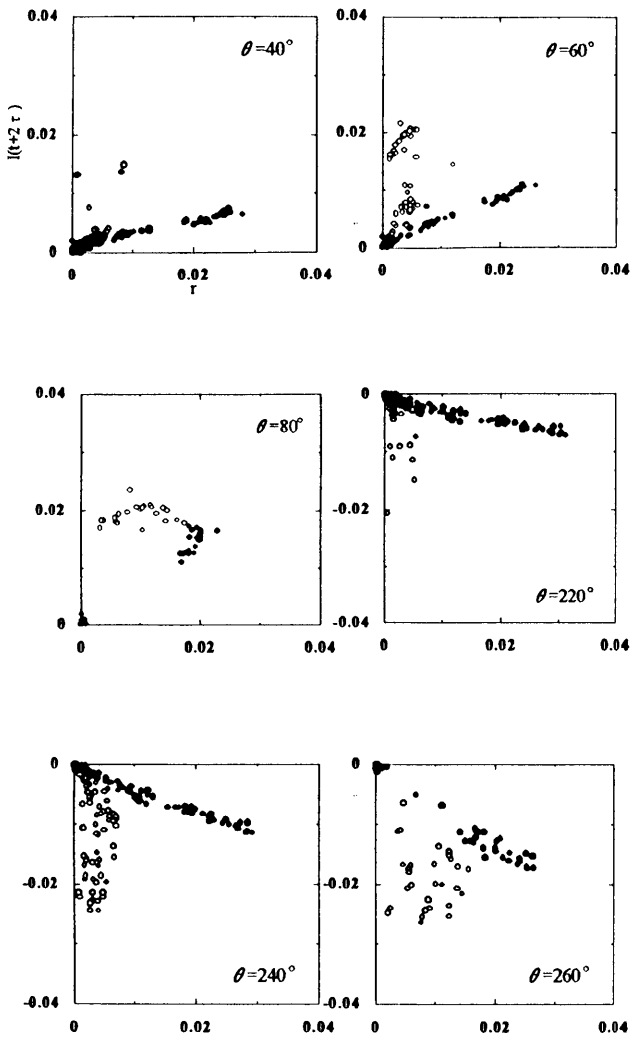


図 6. $I(t) - I(t+\tau)$ 面へのアトラクターの射影. a) $\tau=45\mu\text{s}$, b) $\tau=25\mu\text{s}$, c) $\tau=900\mu\text{s}$.

a)



b)

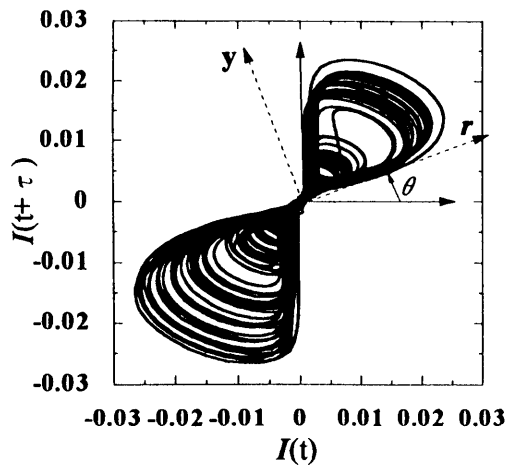


図7. ポアンカレ断面図。 $I(t)$ 軸からの角度を θ として $I(t)$ - $I(t+\tau)$ 面に垂直に断面をとった。 a) は代表的な θ における r - $I(t+\tau)$ 面を表す。○は断面を y 軸の負側から正側に横切る点。●は正から負へ横切る点。

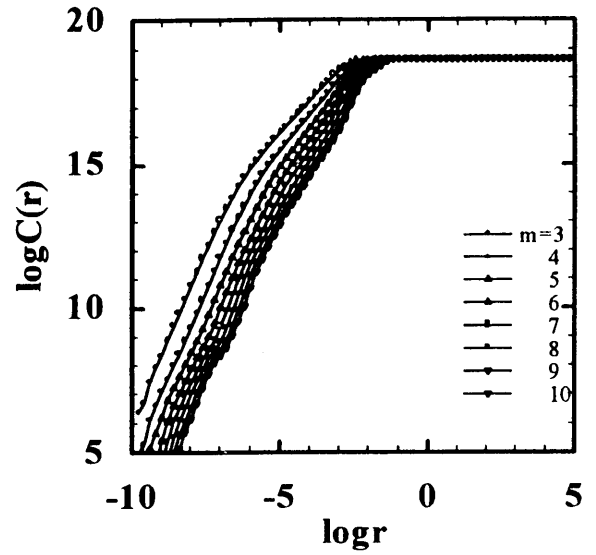


図8. 相関関数の埋め込み次元依存性 (埋め込み次元 $m = 3 \sim 10$)

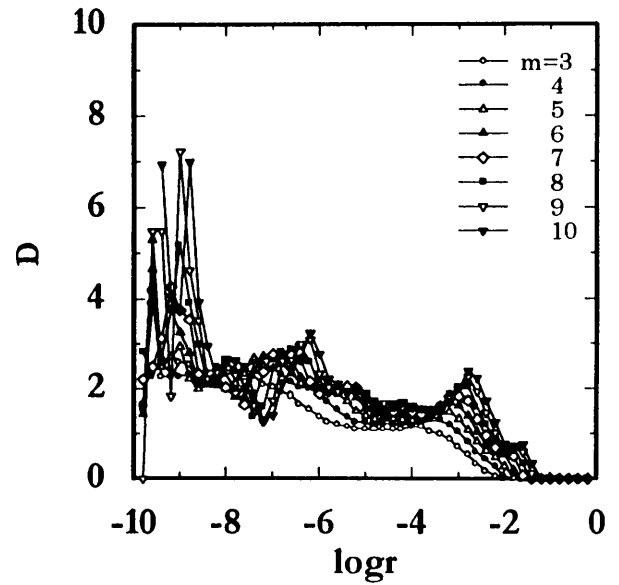


図9. 相関次元 (埋め込み次元 $m = 3 \sim 10$)

4. モデル

グロー放電陽光柱における電離波動の非線形特性を明らかにするために戸次は減速摂動法を用いて電離波動の非線形変調を記述する次のような一般化された Schrödinger 方程式を得た^[9]。

$$i \frac{\partial}{\partial \tau} \phi + P \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \phi + Q |\phi|^2 \phi = 0 \quad (1)$$

ここで ξ, τ はスケールされた空間、時間変数で ϕ が波動の振幅の時空変化を表現している。我々はこの方程式が本実験で観測されたカオスの定性的な特徴を記述するモデル方程式として有望であると期待している。

本実験で得られたカオスは典型的なダブルスクロール型をしている。ダブルスクロール型のカオスを生成する代表的なモデルとして Matsumoto-Chua モデルがある^[13]。これは区分的線形特性を持った非線形ダイオードを用いたカオス発振器である。その回路方程式を一階微連立微分方程式に変換し適当な変数変換を施した方程式群において、コントロールパラメータを増加させると、周期倍化分岐を経て、ダブルスクロール型のカオスとなることがわかっており、その数学的構造も良く調べられている。この際本実験で得られたカオスアトラクターと非常に良く似たアトラクターが得られることが分かっており、本実験で得られた結果との対応関係を明らかにする必要がある。

5. 結 言

本報告では多相交流グロー放電プラズマにおいて発見されたカオスの特徴を紹介した。本研究で得られたカオスはこれまでのプラズマにおけるカオスでは見出されていないユニークな特徴を備えている。そのアトラクターはダブルスクロール型であり、ポアンカレ断面、相関次元の解析から、カオスの特徴を示した。本報告では非線形 Schrödinger 型のモデル、及び Matsumoto-Chua モデルについて言及したが、Duffing 型のカオスであるという見方も可能であり、そのカオス発生メカニズム、及びカオスに至るルートの解明を含めて現在研究が進展中である。

最後に多相交流プラズマ放電の研究の実用的観点からの重要性について述べる。プラズマの工業的な応用としてアークプラズマを過熱源とする廃棄物の溶融固形化処理があり、すでにいくつかの試みがなされている。これらに利用されているアークプラズマの電源装置はほとんどが直流方式であるが、コストの面で問題があるため交流方式でしかも大容量のプラズマ発生装置の開発が期待されてきた。商用3相交流を組み合わせた交流アークプラズマの発生装置は電流値がゼロになる瞬間が生じるため放電が不

安定となるという欠点を持つため、トランスのみで3相から6相あるいは12相への交流変換装置を構成して安定な放電を発生させるシステムが開発され、成果があげられている^[14]。

このように実用的観点からも多相交流プラズマ放電の研究は重要であるが、非線形物理現象としてのプラズマ放電のカオスは実に多彩かつ興味深い性質を内在しており、今後の研究の進展によってカオスダイナミクスに対する新しい概念が見出されていくことが期待される。

参考文献

- [1] 大野哲靖 他：「講座：プラズマにおけるカオスの現象と実験解析」(1997)。
- [2] M. Ohno, M. Tanaka, A. Komori, and Y. Kawai, J. Phys. Soc. Jpn. **58**, 28 (1989)。
- [3] T. Ueki, Y. Nishida, and N. Yagumi, Phys. Rev. Lett. **76**, 4717 (1996)。
- [4] K. Ohe, Current Topics Phys. Fluids. **1**, 319 (1994)。
- [5] Y. Sakawa, C. Joshi, P.K. Kaw, V. K. Jain, T. W. Johnston, F. F. Chen, and J. M. Dawson, Phys. Rev. Lett. **69**, 85 (1992)。
- [6] A. Komori et al., Phys. Rev. Lett. **73**, 660 (1994)。
- [7] J. Qin, L. Wang, D. P. Yuan, P. Gao, and B. Z. Zhang, Phys. Rev. Lett. **63**, 163 (1989)。
- [8] D. Weixing, H. Wei, W. Xiaodong, and C. X. Yu, Phys. Rev. Lett. **70**, 170 (1993)。
- [9] P. Y. Cheung and A. Y. Wong, Phys. Rev. Lett. **59**, 551 (1987)。
- [10] P. Y. Cheung, S. Donovan, and A. Y. Wong, Phys. Rev. Lett. **61**, 1360 (1988)。
- [11] N. Bekki, J. Phys. Soc. Jpn. **50** 659 (1981)。
- [12] P. Grassberger and I. Procaccia, Phys. Rev. Lett. **50**, 346 (1983)。
- [13] L. O. Chua, M. Komura and T. Matsumoto, IEEE. Circuits Syst. Cas-**33**, 1072 (1986)。
- [14] T. Matsuura, K. Taniguchi, K. Kondo, S. Watanabe, K. Kida, H. Noda, and S. Kitayama, Proceedings ORBIT 99, 735 (1999)。